

## (5) Grafische Darstellung

### Lineare Funktionen

Das letzte Beispiel leitet sehr gut zur grafischen Darstellung über.

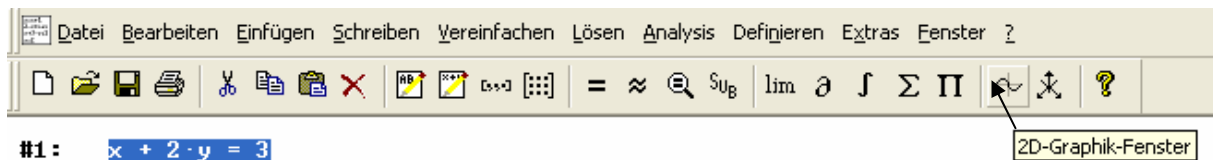
Wir wollen die Graphen der Funktionen

$$g: x + 2y = 3$$

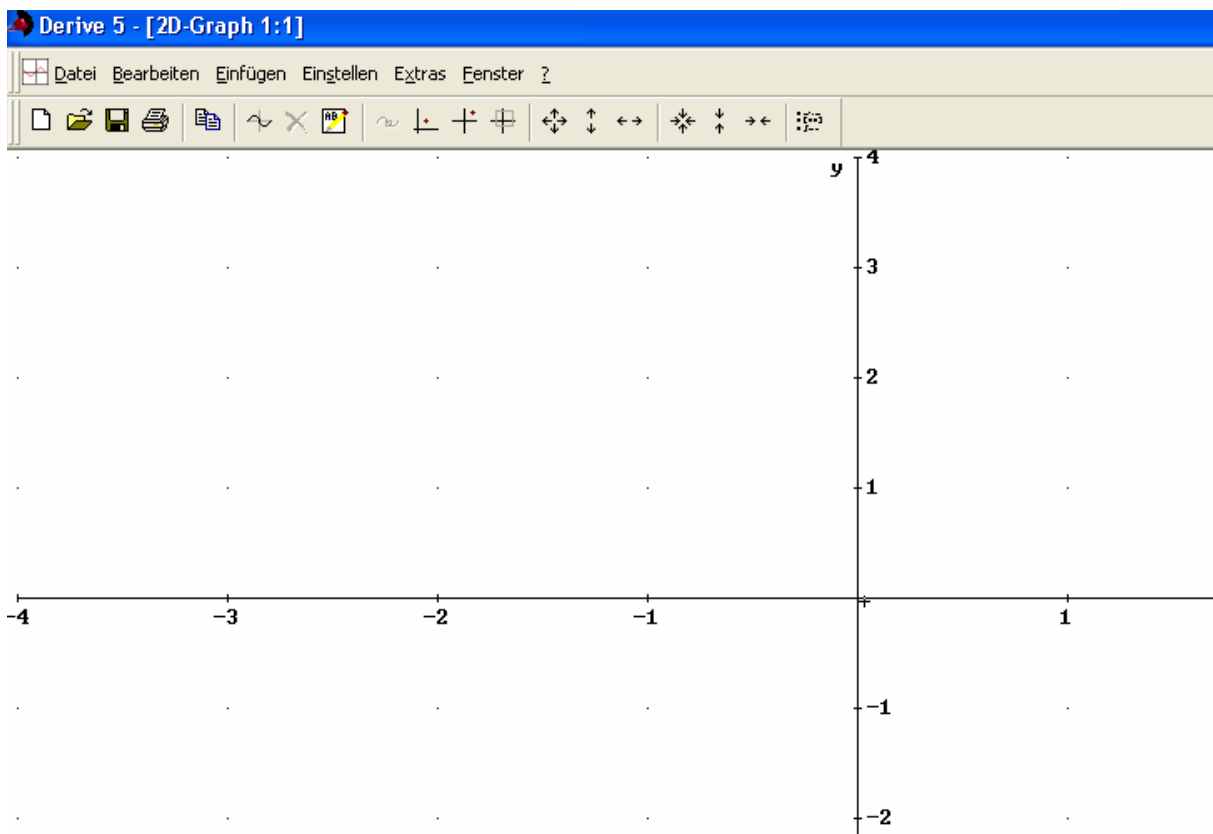
$$h: 3x + 2y = 1$$


zeichnen.

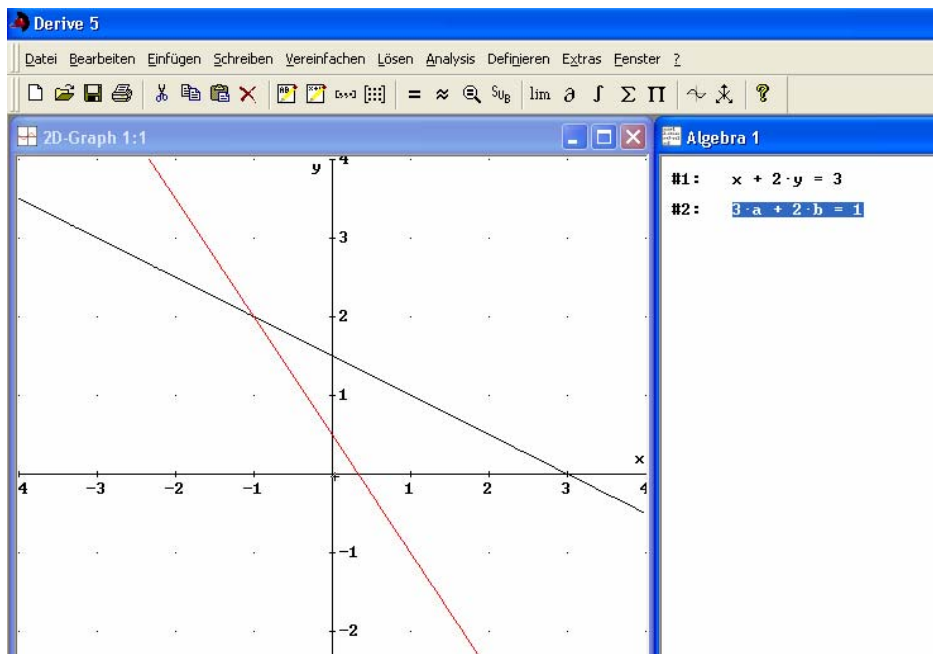
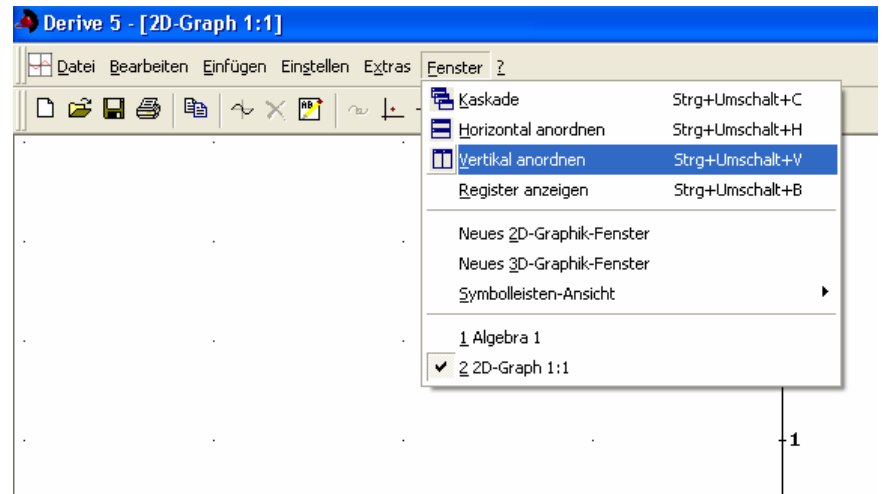
Wir geben in die Authorenzeile den Ausdruck  $x+2y=3$  ein und tippen auf 2D-Grafikfenster (oder auf *Fenster/Neues 2D-Grafikfenster*)




Es erscheint ein neues Fenster mit folgendem Aussehen:



Leider überdeckt dieses Fenster unser Algebrafenster. Aber mit *Fenster/Fenster vertikal anordnen* können Algebra- und 2D-Fenster auf dem Bildschirm gleichzeitig angezeigt werden. Tippen wir im Grafik-Fenster wieder auf  so wird der im Algebrafenster markierte Ausdruck gezeichnet. Derive interpretiert Variablen als Argument und Funktionswert in alphabetischer Reihenfolge (das funktioniert auch mit anderen Variablen – a,b ..... ) – siehe untenstehende Abbildung

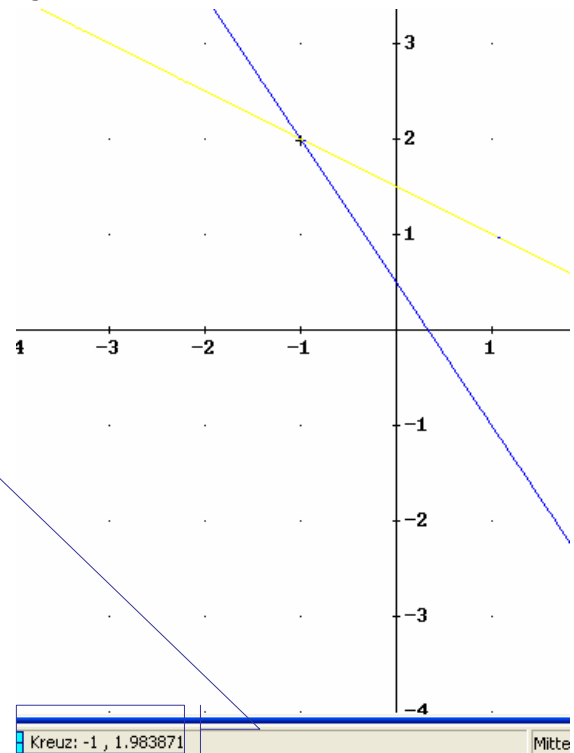



Um zwischen den beiden Fenster hin- und herzuschalten braucht bloß in das gewünschte Fenster geklickt zu werden (am besten in die blaue Titelleiste – wenn sie kräftig blau erscheint, wie das Algebrafenster oben, dann ist dieses Fenster aktiv).

Wir geben also die 2. Gleichung  $3x+2y=1$  ein. Der Ausdruck ist markiert, wir wechseln ins Grafik-Fenster (auf die blaue Titelleiste klicken) und drücken auf 

Beide Geraden sind (in unterschiedlichen Farben) gezeichnet.

Wenn wir genau ins Grafikfenster schauen, sehen wir ein kleines Kreuz, das gibt die momentanen Koordinaten des Mauszeigers an. Wollen wir nun den Schnittpunkt der beiden Geraden "grafisch" bestimmen, so fahren wir mit der Maus zum Schnittpunkt der beiden Graphen lesen in der **Statuszeile** die Koordinaten ab. Leider geht das nicht ganz exakt – oder mit viel Probiererei!

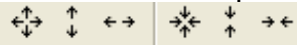



Besser ist da der sogenannte "Spurmodus", der über das Symbol  aufgerufen wird. Hier verwandelt sich das Kreuz in ein kleines Quadrat und hängt sich in die im Algebrafenster markierte Funktionsgleichung an. Dieses Quadrat kann man auf folgenden Weise bewegen:

- **Pfeil nach links** oder ein Klick auf die rechte Maustaste und die Auswahl von **Eine Einheit nach links** bewegen das Quadrat ein Pixel nach links und nach unten oder nach oben, um auf dem Graphen zu bleiben.
- **Pfeil nach rechts** oder ein Klick auf die rechte Maustaste und die Auswahl von **Eine Einheit nach rechts** bewegen das Quadrat ein Pixel nach rechts und nach unten oder nach oben, um auf dem Graphen zu bleiben.
- **Strg+Pfeil nach links** oder ein Klick auf die rechte Maustaste und die Auswahl von **Mehrere Einheiten nach links** bewegen das Quadrat eine halbe Achsenmarkierung nach links und nach oben oder unten, so viel wie erforderlich ist, um auf dem Graphen zu bleiben.
- **Strg+Pfeil nach rechts** oder ein Klick auf die rechte Maustaste und die Auswahl von **Mehrere Einheiten nach rechts** bewegen das Quadrat eine halbe Achsenmarkierung nach rechts und nach oben oder unten, so viel wie erforderlich ist, um auf dem Graphen zu bleiben.
- **Pfeil nach oben bzw. Pfeil nach unten** bewegt das Quadrat zum **nächsten Graphen**.

Will man die beiden Graphen beschriften, so muss zuerst der Spurmodus verlassen werden. Dann klickt man ins Grafik-Fenster mit der **rechten Maustaste** und wählt **Kommentar einfügen**. Da wird die jeweilige Funktionsgleichung eingegeben und mit einem linken Mausklick an die richtige Stelle gesetzt. Der Schnittpunkt kann auch (deutlicher) eingezeichnet werden. Dazu müssen die Koordinaten des Punktes in der Autorenzeile in eckige Klammern geschrieben werden, also:  $[-1,2]$

Klickt man mit der **rechten Maustaste** an eine beliebige Stelle im Grafikfenster so können unter **Anzeigeoptionen** sehr viele Einstellungen getätigt werden. Wichtig ist vielleicht noch, dass die **Position des Quadrats im Spurmodus** durch **Einstellen/Kreuzposition** eindeutig festgelegt werden kann, falls sich das Quadrat nicht in einer ganzzahligen Startposition befindet.

Ist der Bildschirmausschnitt für die Graphen und deren Schnittpunkt zu klein, so kann über die Symbolleiste  der Bildausschnitt kleiner bzw. größer gezoomt werden.

Will man einen Graphen löschen, so wird nur der zuletzt gezeichnete mit dem  gelöscht.

Bemerkung: Gibt man die beiden Funktionsgleichungen als Gleichungssystem ein, so funktioniert das Zeichnen der Graphen auch. Man muss nur im Algebrafenster den entsprechenden Teil markieren und ins Grafikfenster wechseln

#3: `SOLVE([x + 2·y = 3, 3·x + 2·y = 1], [x, y])`

#4: `[x = -1 ^ y = 2]`

### Übung 3:

[Lösung als Derive-File](#)

#### Zeichne die Graphen der Funktionen

g:  $1,6x + 2,5y = 0,7$

h:  $x - 0,8y = 2,8$

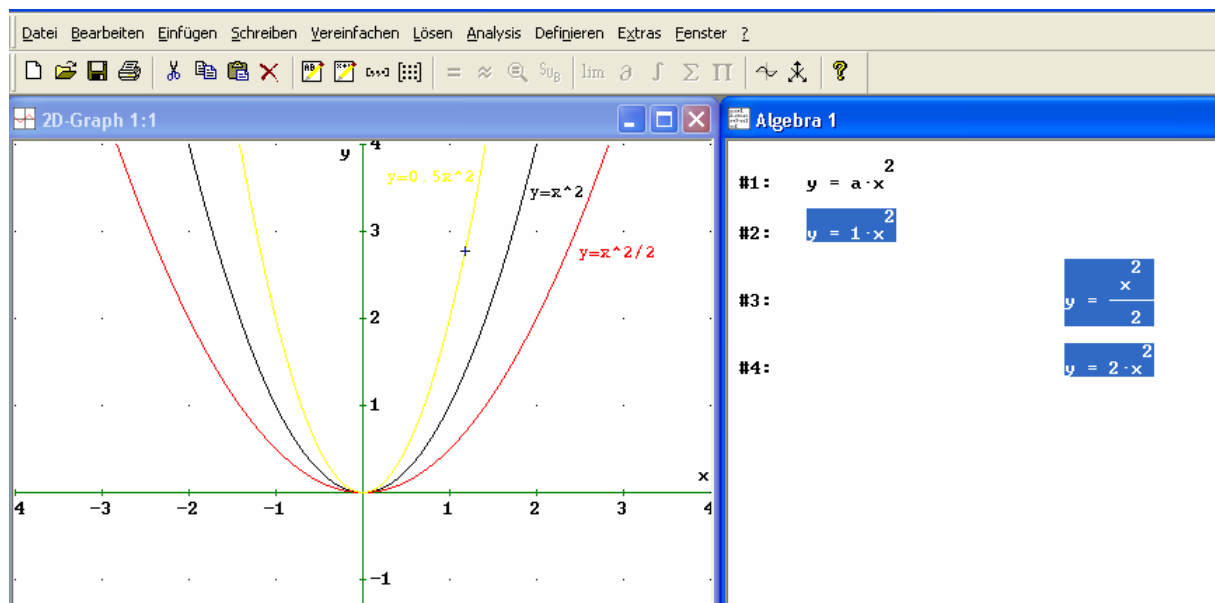
- Beschrifte die Graphen entsprechend
- Berechne deren Schnittpunkt, trage ihn im Grafikfenster ein und beschrifte ihn
- Berechne jeweils die x- bzw. y-Werte der Punkte  $P_{1,2}(-1/y_p)$ ,  $Q_{1,2}(x_p/3)$  für g und h, stelle die Punkte im Grafikfenster dar und beschrifte sie entsprechend.
- Forme die beiden Funktionen auf die Standardgleichung einer Geraden  $y = kx + d$  um.
- Gib die **Steigung k** und den **Abschnitt d auf der y-Achse** für beiden Funktionen an.

### Quadratische Funktionen

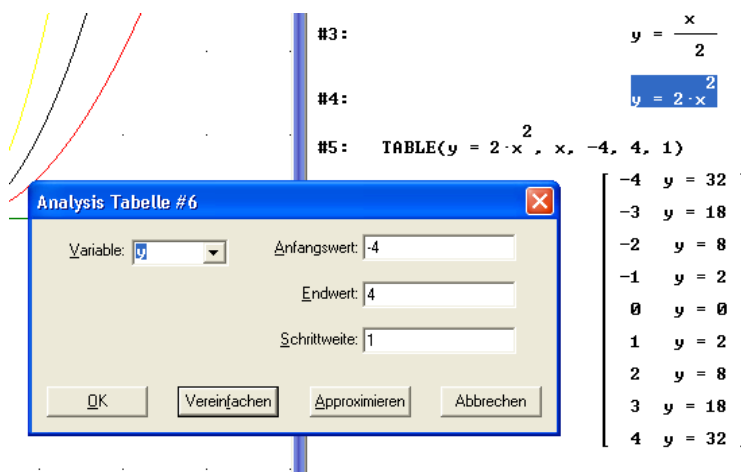
Ausgehend von der Standardparabel  $y=x^2$  können wir die Veränderungen der allgemeinen Funktionen  $y=ax^2$ ,  $y=ax^2+c$ ,  $y=ax^2+bx$  und  $y=ax^2+bx+c$  betrachten.

Wir geben in der Autorenzeile  $y=a \cdot x^2$  ein. Dann substituieren wir der Reihe nach für  $a=1, 2$  und  $0,5$  (dazwischen nicht vergessen die Zeile  $y=ax^2$  markieren, damit man für  $a$  substituieren kann).

Markiert man mit **Strg**+li.Maustaste die 3 Funktionsgleichungen, geht ins Algebrafenster, so kann man mit einem Klick auf das Zeichensymbol alle markierten Graphen auf einmal zeichnen lassen.



Nun kann sehr schön die Veränderung des Graphen beobachtet werden (benutze dazu auch den Spurmodus). Dasselbe gilt natürlich auch für ein negatives  $a$ . Will man zu jeder Funktion auch die Wertetabelle anzeigen lassen, so begibt man sich nach ins Algebrafenster *Analysis/Tabelle* und erhält folgendes Dialogfenster:



**Bemerkung:** Es ist auch möglich die Graphen im Grafikfenster durch Bearbeiten/Kopieren in die Zwischenablage zu kopieren und z.B. in Word einfügen und dort Eigenschaften aufzuschreiben.....

### Fragen zu Quadratischen Funktionen:

- Wie unterscheiden sich die Graphen der Funktionen  $y=x^2$  und  $y=2x^2$  bezgl. Funktionswerte, Scheitel, Nullstellen ?
- Wie unterscheiden sich die Graphen der Funktionen  $y=x^2$  und  $y=0,5x^2$  bezgl. Funktionswerte, Scheitel, Nullstellen ?
- Was ändert sich im Bezug zur Grundparabel  $y=x^2$  bei der Funktion  $y=x^2-4$  in Bezug auf Nullstellen, Scheitel, Symmetrieachse ?
- Was bewirkt das Hinzunehmen des linearen Gliedes  $x$  zur Grundparabel in der Funktionsgleichung  $y=x^2+x$  bzgl. Scheitel, Symmetrieachse und Nullstellen ?
- Wie wirkt sich ein Hinzufügen einer reellen Zahl zur Funktionsgleichung  $y=x^2+x-2$  auf den Funktionsgraphen bezgl. Scheitel, Symmetrieachse und Nullstellen aus?

Zum Beantworten dieser Fragen sind der Spurmodus und Wertetabellen sehr hilfreich, man kann damit Scheitel "erraten".

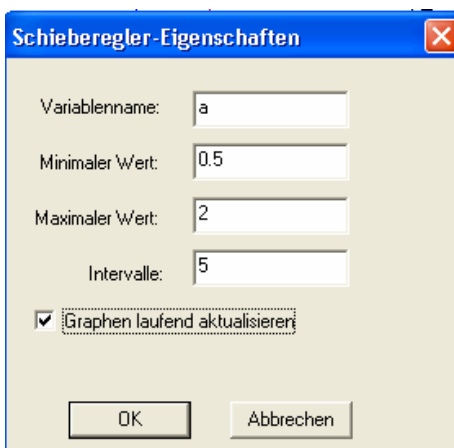
### ÜBUNG 4:

[Lösung als Derive-File](#)

Gegeben ist die Funktion:  $y= x^2+2x-3$

- Zeichne zuerst den Graphen der Funktion
- Gib die Wertetabelle im Bereich  $[-4,2]$  an.
- Bestimme die Nullstellen der Funktion und beschrifte sie in der Zeichnung.
- Gib den Scheitel der Funktion an, die Gleichung der Symmetrieachse und der Scheiteltangente
- Zeichne Scheiteltangente und Symmetrieachse ein und beschrifte sie.

**Bemerkung zum Scheitel:** Aus der Wertetabelle kann aus den Symmetrieeigenschaften der Scheitel erahnt werden. Genauso kann der Scheitel aus Symmetriegründen durch die Nullstellen erkannt werden. Liegen keine reellen Nullstellen vor, so muss auf ein vollständiges Quadrat ergänzt werden, oder durch die entsprechende Formel. Allerdings würde ich so ein Beispiel nicht geben, sondern auf das Differenzieren in der 7. Klasse warten.



Für allgemeine Funktionen bietet Derive in der Version 6 ein ausgezeichnetes Hilfsmittel – den Schieberegler – im Menü *Einfügen/Schieberegler* des Grafikfensters.

Gib die quadratische Funktion  $y=ax^2+2$  in die Authorenzeile ein.

Wechsle ins Grafikfenster und wähle *Einfügen/Schieberegler*. Im erscheinenden Dialogfenster sind die Variablenwerte durch ihre Grenzen festzulegen (siehe Abbildung daneben). Das Hakerl bei "Graphen laufend aktualisieren" sollte

gesetzt werden. Es erscheint dann ein Fenster mit Schieberegler, wo man die einzelnen Graphen leicht verändert werden können.