(4) Gleichungen und Gleichungssysteme

Das Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen mit Derive stellt keine großen Probleme dar. Wir haben schon im vorigen Kapitel gesehen, dass das Symbol Ausdrücke löst, indem sie den Term gleich Null setzt.

Beispiel1:
Löse die Gleichung **5a -2(3+a)=2(4-2a)** in G=Q und mache die Probe!

Gibt man die Gleichung in die Authorenzeile ein und klickt dann auf erhält man die Lösung a=14 direkt, wenn man im Dialogfenster *"numerisch"* und *"LÖSEN"* wählt.

Wir wollen aber auch diese Gleichung "händisch" lösen. Dazu muss der Ausdruck 2(3+a) ausmultipliziert werden.
Das geschieht über das Menü *Vereinfachen/Multiplizieren* und dort als Optionsfeld *Algebraisch*. Genauso verfährt man mit dem Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung und nach *Vereinfachen* sieht man schließlich folgende Gleichung:

3·a - 6 = 2·a + 8

Beim händischen Rechnen ist man nun gewohnt, die Variablen auf die eine und die Zahlen auf die andere Seite der Gleichung durch Äquivalenzumformungen zu bringen. Wir machen das auch so indem wir die Taste F4 drücken. In der Authorenzeile sehen wir die Gleichung in runden Klammern geschrieben. Das bedeutet nichts anderes als der Schrägstrich, den wir gerne für Äquivalenzumfomungen machen. Wir würden also schreiben
3·a - 6 = 2·a + 8/ -2a, +6

Also schreiben wir in der Authorenzeile zu (3·a - 6 = 2·a + 8)-2a+6 dazu. Das Ergebnis nach Vereinfachen ist a=14.

Für die Probe empfiehlt es sich eine Kommentarzeile einzufügen, etwa: Probe linke Seite: Wir markieren den linken Teil der Gleichung und fügen ihn mit F3 in die Authorenzeile ein, anschließend substituieren wir für a= 14 und das Ergebnis ist 36. Analog mit der rechten Seite.

Weitere Übungsbeispiele:

Berechne zunächst händisch, dann durch direktes Gleichung lösen mit Derive und mache die Probe

(5z-7)(4z+5)=10z(2z-1), (2x-5)2=4+(2x+3)(2x-3), $5 - \frac{2-x}{3} = x-1$

Beispiel2:

Löse die Gleichung **3x(2x-1)+2x(3x-1)=7** in G=$\mathbb{R}$ und mache die Probe!

Gib die Gleichung in die Authorenzeile ein und klicke auf . Die Lösungen der Gleichung x=$-\frac{7}{12} \vee x=1$ werden angezeigt wenn man im Dialogfenster auf Lösen klickt. Wählt man OK, dann kommt wieder der Befehl in das Algebrafenster und man muss noch einmal Vereinfachen (=) anklicken.

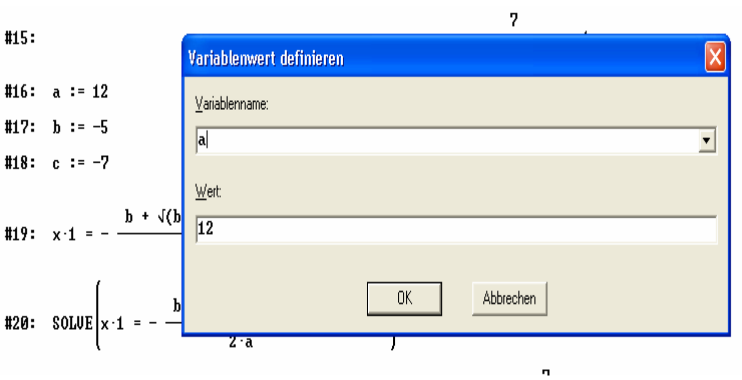
Wir wollen aber diese Gleichung "händisch" (mittels Äquivalenzumformungen) mit Derive lösen.

- Zunächst wollen wir den ersten Klammerausdruck ausmultiplizieren. Also markieren, dann Vereinfachen/Multiplizieren im Dialogfenster *Ausmultiplizieren* anwählen (nicht OK!) und schon steht das Ergebnis im Algebrafenster:
  (6·x^2 - 3·x) + 2·x·(3·x - 1) = 7

- Genauso verfahren wir mit dem 2. Klammerausdruck und erhalten **(6·x^2- 3·x) + (6·x^2- 2·x) = 7** . Ein Klick auf Vereinfachen liefert
  12·x^2 - 5·x = 7

- Im nächsten Schritt wollen wir die 7 auf die linke Seite bringen, dazu markiere die gesamte Gleichung und drücke die $\boxed{\text{F4}}$-Taste. Die gesamte Gleichung steht wieder in der Authorenzeile allerdings mit Klammern eingeschlossen **(3·x·(2·x - 1) + 2·x·(3·x - 1) = 7).** Das bedeutet nichts anderes als den "Schrägstrich (/)", den wir gerne am Anfang der Äquivalenzumformungen machen. Wir schreiben in die Authorenzeile **(12·x^2 - 5·x = 7)-7** , drücken die Entertaste und anschließend Vereinfachen. Das Ergebnis ist **12·x^2 - 5·x - 7 = 0** – hurra!

- Will man jetzt auch noch die quadratische Lösungsformel ins Spiel bringen, so müssen vorher die Variablen a,b,c in der Formel x=$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ mit den gewonnen Werten aus der quadratischen Gleichung belegt werden. Das geschieht über Definieren/Variablenwert.



- Löst man die beiden Gleichungen (+,-) wieder nach x auf so hat man die gewünschten Ergebnisse.

Bemerkung: Mit Derive können auch mehrere Äquivalenzumformungen in einem Schritt durchgeführt werden – in unserem Beispiel etwa: **(12·x^2 - 5·x = 7) - 12·x^2 + 5·x**

Übung 2: **Lösung als Derive-file**

Gegeben ist die Gleichung $\frac{1}{2}-\frac{1}{x-1}=\frac{x-3}{6}$

- Gib die Definitionsmenge an (Textzeile in Derive)
- Gib den gemeinsamen Nenner an (Textzeile in Derive)
- Vereinfache "händisch" die Gleichung mit Derive durch Äquivalenzumformungen soweit als möglich bis zu einer quadratischen Gleichung.
- Löse die quadratische Gleichung ebenfalls "händisch" durch Belegen der Variablen in der Lösungsformel mit den entsprechenden Zahlenwerten.
- Überprüfe deine Lösungen indem du Derive die Angabegleichung lösen läßt.
- Mache die Probe

Gegeben ist das Gleichungssystem

I : 5x + 4y = 17
II: 4x + 3y = 14

Nach Anwählen des Menüpunktes *Lösen/System* erscheint ein Fenster, indem man nach der Anzahl der Gleichungen gefragt wird. Wir geben 2 ein und schreiben im darauffolgenden Fenster die beiden Gleichungen hinein. Als Lösungsvariablen werden dann automatisch x und y eingeblendet. $\boxed{\text{OK}}$ liefert die Angabe im Algebrafenster, Drücken der $\boxed{=}$ -Taste liefert das Ergebnis x=5 und y=-2. Das hätten wir auch direkt erreicht, wenn wir statt $\boxed{\text{OK}}$ die $\boxed{\text{LÖSEN}}$ -Taste gedrückt hätten. (ev. Probe machen!)

Natürlich ist es auch sinnvoll das Gleichungssystem "händisch" mit Derive zu lösen. Hier können sehr gut die verschiedenen Verfahren geübt und zugleich die Arbeitsweise mit Derive vertieft werden. Man darf dann das Gleichungssystem nicht mit *Lösen/System* sondern als jeweils eigenständige Gleichung eintragen.

Gleichsetzungsverfahren: Jeweils z.B. y ausrechnen und die linken Seiten der Gleichungen jeweils mit F3 in die Authorenzeile kopieren.

Substitutionsverfahren: Den ersten Ausdruck für y mit *Vereinfachen/Variablen-Substitution* in die 2. Gleichung einsetzen und $\boxed{\text{Lösen}}$

Eliminationsverfahren: Mit F4 die jeweiligen Gleichungen in die Authorenzeile kopieren und mit den entsprechen Zahlen multiplizieren – ist einen Versuch Wert, aber eher langwierig!